

Knobel-Ecke

Teilbarkeit: Zeige, dass für $n \in \mathbb{Z}$
 $n^3 - n$ durch 3 teilbar ist,
 $n^5 - n$ durch 5 teilbar ist.

Geht die Reihe weiter?

Ziegenprobleme: I. Das „klassische“ Ziegenproblem lautet wie folgt: Ein Teilnehmer einer Quizsendung steht vor der Entscheidung aus drei Toren genau eines auszuwählen. Er weiß, dass sich nur hinter einem Tor ein Gewinn, hinter den anderen beiden aber eine Ziege befindet. Nachdem er seine Wahl verkündet hat, öffnet der Spielleiter ein Tor, hinter dem sich eine Ziege befindet. Der Spielleiter fragt nun den Teilnehmer, ob er das Tor wechseln möchte.

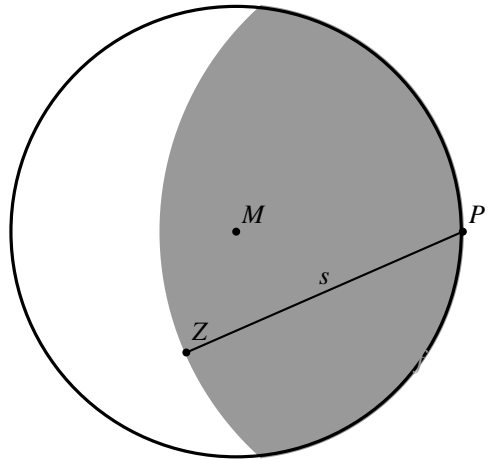
Ist das Wechseln für den Teilnehmer günstig oder sollte er lieber nicht wechseln?

II. Auf einem dreieckigen Stück Land ist in einer Ecke eine Pflock eingerammt, an dem ein Seil befestigt ist. Am anderen Ende des Seils ist eine Ziege befestigt. Die Seiten des Grundstücks sind alle 100 m lang.

Wie lang muss das Seil für die Ziege sein, damit sie exakt die Hälfte des Landes abgrasen kann?

III. Eine Ziege ist auf einer kreisförmigen Wiese so angebunden, dass das Seil an einem Pflock festgebunden ist, der auf dem Rand der Wiese befestigt ist.

Wie lang muss das Seil für die Ziege sein, damit sie exakt die Hälfte der Wiese abgrasen kann?



Da kreisrunde Wiesen in der Wirklichkeit sehr selten vorkommen, vielleicht eher folgendes Ziegenproblem:

IV. Zwei Ziegen sind an gleich langen Seilen festgebunden.

Wo muss der Pflock der zweiten Ziege eingeschlagen werden, damit jeweils die Hälfte der Fläche, die eine Ziege abgrasen kann, auch von der anderen Ziege erreicht wird?

Welche Ziegenprobleme fallen dir ein?

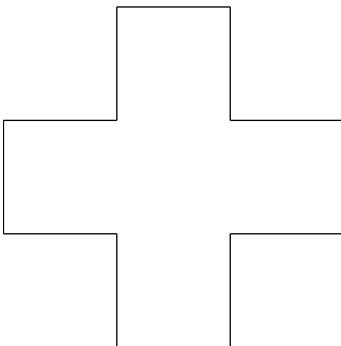
Bleiben wir noch etwas beim Abgrasen und betrachten folgende Aufgabe, deren Idee auf Newton zurückgeht.

Rinder grasen: Wenn 12 Rinder $3\frac{1}{3}$ Hektar Land in 4 Wochen abgrasen, und 21 Rinder 10 Hektar Land in 9 Wochen abgrasen, wie viele Rinder grasen dann 24 Hektar in 18 Wochen ab?

Tip: Eine einfache Verhältnisgleichung greift zu kurz! Man stelle sich die erste Situation bildlich vor und beobachtet 4 Wochen lang die Herde!

Auf den Spuren von Pólya: Das abgebildete Kreuz besteht aus fünf gleich großen Quadraten. Schneide das Kreuz entlang einer Geraden in genau zwei Teile und anschließend eines der Teile wieder entlang einer Geraden in genau zwei Teile. Die Teile sollen so beschaffen sein, dass man ein Rechteck erhält, wenn man die drei Teile zusammenfügt. Bei diesem Rechteck soll eine Seite doppelt so lang sein wie die andere.

Kurz: Mache aus fünf Quadraten zwei!⁴

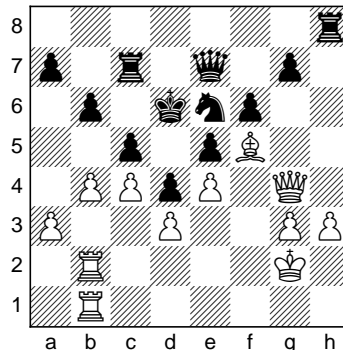


Multiplikation: Ersetze die Sternchen so durch Ziffern, dass eine richtig gelöste Multiplikationsaufgabe entsteht.

$$\begin{array}{r}
 * * \cdot * 2 \\
 \hline
 4 * \\
 * 1 * \\
 \hline
 * * * *
 \end{array}$$

Wie viele Lösungen gibt es?

Schachaufgabe: Weiß am Zug. Finde eine Gewinnstrategie!



Wer über längere Zeit gute Lösungen ein- sendet, erhält eine kleine Überraschung!

Die Auflösung zu den Aufgaben erfahrt Ihr in der nächsten Ephi-Ausgabe.

⁴Die Aufgabenidee stammt aus: Pólya, George: Vom Lösen mathematischer Aufgaben. Einsichten und Entdeckungen, Lernen und Lehren. Band I, Basel/ Stuttgart 1966, S. 70 f. Zur Aufgabe „Rinder grasen“ vgl. Aufgabe 2.27 von S. 81 f. im selben Werk.